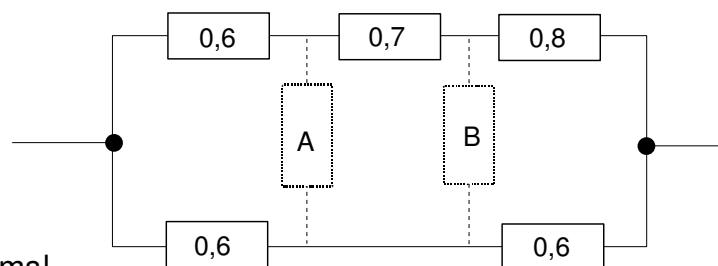


### Übung zur Prüfungsvorbereitung

- Gegeben sind die beiden Parabeln  $f_1(x) = x^2 + 2x + 1$  und  $f_2(x) = -x^2 + 3x + 2$ 
  - Skizzieren Sie die Kurven im Intervall  $[-3; 3]$  !
  - Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte!
  - Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die durch die beiden Schnittpunkte verläuft!
- Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung  $0 = x^3 - 6x^2 + 10x - 11$  auf zwei Kommastellen genau!
- Gegeben ist die Funktionsgleichung  $f(x) = \frac{x^2 - x - a}{2x^2 - 3x}$ 
  - Bestimmen Sie für  $a=2$  Polstellen, Nullstellen und Extrempunkte sowie die Asymptote! Weisen Sie die Art der Extrema nach!
  - Für welchen Wert von  $a$  hat die Funktion bei  $x=1$  eine Extremstelle?
- Durch den Graph der Funktion  $f(x) = 0,01x^4 - 0,25x^2$  und die positive  $x$ -Achse wird eine Fläche eingeschlossen. Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht wenn diese Fläche um die  $x$ -Achse rotiert!
- Die Punkte  $A(1;3;5)$  ;  $B(9;7;1)$  ;  $C(12;14;1)$  und  $D$  bilden ein Trapez, wobei gilt:  $\overrightarrow{AB} \cdot 1,25 = \overrightarrow{DC}$ 
  - Bestimmen Sie die Koordinaten von  $D$ !
  - Berechnen Sie die Fläche des Trapezes!
  - Bestimmen Sie den Schnittpunkt  $S$  der Geraden  $g(A,D)$  und  $h(B,C)$  !

- Eine Anlage besteht im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie aus nebenstehenden Elementen. (ohne  $A$  und  $B$ )



- Bestimmen Sie die Zuverlässigkeit dieses Systems!
- Um die Zuverlässigkeit zu verbessern, soll genau eins der drei oberen Elemente ein gleichartiges Ersatzelement (parallel dazu) erhalten. Welches Element ist zu verdoppeln, um die Gesamtzuverlässigkeit möglichst stark zu verbessern? Begründen Sie rechnerisch!
- Eine andere Möglichkeit, die Gesamtzuverlässigkeit zu verbessern, wäre der Einbau eines Übergangs zwischen der oberen und unteren Serie. Welche Möglichkeit ( $A$  oder  $B$ ) ist günstiger, wenn die Ausfallwahrscheinlichkeit eines solchen Elements 10% beträgt?  
( Hinweis: Gehen Sie wieder von der Ausgangssituation – ohne Verdoppelungen gemäß Aufgabe b - aus! )

## Lösungen:

- 1) b) P(-0,5;0,25) Q(1;4)  
c) g:  $y=2,5 \cdot x + 1,5$

- 2)  $x = 4,2582588337$  (Newton-Verfahren  $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ )

- 3) a) Polstellen  $x=0$  und  $x=1,5$ ; Nullstellen  $x=-1$  und  $x=2$  ;  

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 8x - 6}{(2x^2 - 3x)^2} \quad f''(x) = \frac{4x^3 - 48x^2 + 72x - 36}{(2x^2 - 3x)^3}$$
 Extrempunkte: Minimum  $x=0,838$ ;  $y=1,925$   
 Maximum  $x=7,162$ ;  $y=0,519$

- b)  $f'(x) = \frac{-x^2 + 4ax - 3a}{(2x^2 - 3x)^2}$  aus  $f'(1) = 0$  ergibt sich  $a=1$

- 4) Nullstellen: 0; -5; 5

$$V = \pi \cdot \int_0^5 (0,0001 x^8 - 0,005 x^6 + 0,0625 x^4) dx = 15,583$$

- 5) a) D(2;9;6)  
b) 60,206  
c) S(-3;-21;1)

- 6) a) 0,57504  
b) 0,6er verdoppeln: obere Serie 0,4704  
0,7er verdoppeln: obere Serie 0,4368  
0,8er verdoppeln: obere Serie 0,4032  
Je zuverlässiger die obere Serie ist, desto zuverlässiger ist auch das Gesamtsystem, also den 0,6er verdoppeln!  
c) A:  $0,9 \cdot [1 - (1-0,6) \cdot (1-0,6)] \cdot [1 - (1-0,7 \cdot 0,8) \cdot (1-0,6)] + 0,1 \cdot 0,57504$   
 $= 0,680448$   
 B:  $0,9 \cdot [1 - (1-0,6 \cdot 0,7) \cdot (1-0,6)] \cdot [1 - (1-0,8) \cdot (1-0,6)] + 0,1 \cdot 0,57504$   
 $= 0,693408$   
 B ist besser.