Bernd Sumpf Eichberg1 • 07987 Reudnitz 03661/435814 • bernd.sumpf@turniersystem.de

Übung zur Prüfung - Mathematik TM-TE

1. Gegeben sind die Kurven k mit $y^2 + (x-2)^2 = 9$ und g mit $y=0{,}5x - 2$
   a) Stellen Sie die Kurven im Intervall [-2;6] dar!
   b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte!

2. Gegeben ist eine Schar rationaler Funktionen mit der Gleichung

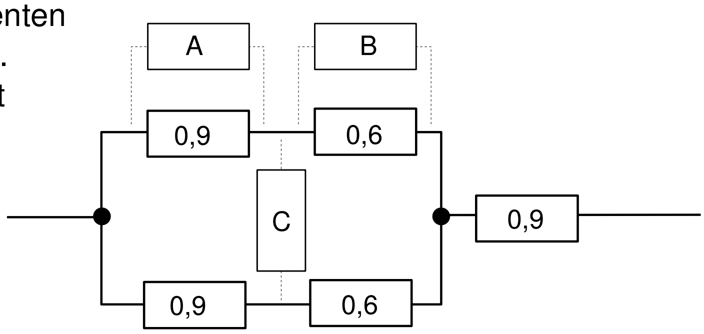
   $$y = f(x) = \frac{a \cdot x^2 - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

   a) Bestimmen Sie für die Funktion mit a=2 folgende Eigenschaften:
   Polstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkte
   (mit Art der Extrema) und Asymptoten!
   b) Bestimmen Sie die Abszisse des Wendepunkts auf eine Dezimalstelle genau!
   c) Für welchen Wert von a hat die Funktion bei x=1 ein Extremum?

3. Vom Graphen der Funktion $f(x) = x^2 - 3{,}5x + 2{,}5$ und der x-Achse wird eine Fläche A eingeschlossen.
   Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der bei der Rotation der Fläche A um die x-Achse entsteht!

4.a) Zeigen Sie, dass durch die Punkte A (3; 2; 7), B (7; 4; 3), C (5; 6; -2) und D (-1; 3; 4) ein Trapez gegeben ist!
   b) Bestimmen Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle DAB$!
   c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Trapezes!
   d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden g(A,D) und durch h(B,C)!

5. Ein technisches System besteht im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie aus aus zwei parallelen Serien von Elementen (siehe Abbildung – ohne A bis C).

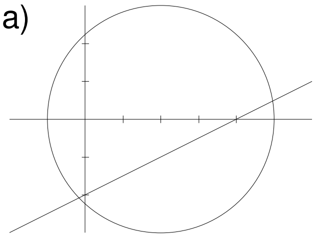


   a) Berechnen Sie die Zuverlässigkeit dieses Gesamtsystems! (ohne A bis C)
   b) Zur Erhöhung der Gesamt-Zuverlässigkeit soll ein weiteres Element mit einer Zuverlässigkeit von 0,7 hinzugefügt werden.
   Vergleichen Sie die Möglichkeiten A und B hinsichtlich der Verbesserung der Gesamt-Zuverlässigkeit! (Die Begründung kann ohne Rechnung erfolgen.)
   c) Bestimmen Sie die günstigste der drei Möglichkeiten, in dem Sie Ihre unter b) ermittelte Variante rechnerisch mit C vergleichen!

Bernd Sumpf Eichberg1 • 07987 Reudnitz 03661/435814 • bernd.sumpf@turniersystem.de

Ansätze und Lösungen

1.a)



b) g in k einsetzen:
$(0{,}5x - 2)^2 + (x-2)^2 = 9$
ein bisschen umformen:
$1{,}25x^2 - 6x - 1 = 0$
Normalform und Lösungsformel:
$x_1 = -0{,}16$ und $x_2 = 4{,}96$
in g einsetzen:
$y_1 = -2{,}08$ und $y_2 = 0{,}48$

2. a) Schnittpunkt mit y-Achse f(0)=-1/3
Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$
Unstetigkeiten bei x=2 und x=3; da Zähler dort ungleich Null ist, sind es Polstellen; Polasymptoten x=2 und x=3

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{x^2\,(2-\frac{2}{x^2})}{x^2\,(1-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2})} = 2$$; Asymptote y=2

f '(x) = $\frac{-10x^2+28x-10}{(x^2-5x+6)^2}$ E_1 (2,38;-39,596) und E_2 (0,42;-0,404)

f ''(x) = $\frac{20x^3-84x^2+60x+68}{(x^2-5x+6)^3}$ E_1: Maximum ; E_2: Minimum

b) $20x^3-84x^2+60x+68=0$ $x_W = -0{,}585833185$ (Newton-Verfahren)
oder f(0)=68 ; f(-1)=-96 und weiter probieren: $\underline{x_W = -0{,}6}$

c) f '(x)= $\frac{-5\cdot a\cdot x^2+(12a+4)\cdot x-10}{(x^2-5x+6)^2}$ 0 = f '(1); 0= $\frac{7\cdot a-6}{4}$ <u>a= 0,857</u>

3.) A = π · $\left[\frac{1}{5}x^5-\frac{7}{4}x^4+\frac{17{,}25}{3}x^3-\frac{17{,}5}{2}x^2+6{,}25\,x\right]_1^{2{,}5}$ =<u>0,795</u>

4.a) 1,5 · AB = DC b) 91,87° c) A=0,5 · | (AB+DC) x AD| = 38,2
d) OS = OA + t·AD = OB + u·BC (3;2;7) + t·(-4;1;-3) = (7;4;3) + u·(-2;2;-5)
erste plus zweite Gleichung: 5 + 1·t = 3+0·u ; t=-2 ; <u>S(11;0;13)</u>

5.a) p=[1- (1-0,9·0,6)(1-0,9·0,6)]·0,9 = 0,70956
b) B unterstützt das „schwächere" Element, es sollte also günstiger sein.
c) A: p=[1- (1-**{1-(1-0,9)(1-0,7)}**·0,6)(1-0,9·0,6)]·0,9 = 0,726948
<u>B:</u> p=[1- (1-0,9·**{1-(1-0,6)(1-0,7)}**)(1-0,9·0,6)]·0,9 = <u>0,813888</u>
C: p=0,7· { [1-(1-0,9)(1-0,9)]·[1-(1-0,6)(1-0,6)]·0,9}
+0,3·{[1- (1-0,9·0,6)(1-0,9·0,6)]·0,9}=0,523908+0,212868
=0,736776