

Übung zur Prüfungsvorbereitung

1. Gegeben sind ein Kreis mit $y^2 + (x-2)^2 = 16$ und die Parabel $y^2 = x+3$
 - a) Skizzieren Sie die Kurven im Intervall $[-3;6]$!
 - b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte!
 - c) Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die durch die beiden Schnittpunkte oberhalb der x-Achse verläuft!

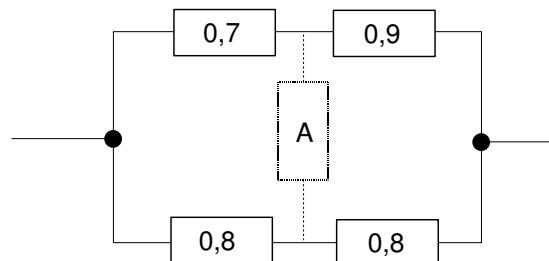
2. Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung $0 = \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2x - 2$ auf zwei Kommastellen genau!

3. Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{x^2 + ax - 1}{x - 3}$
 - a) Bestimmen Sie für $a=-2$ Polstellen, Nullstellen und Extrempunkte sowie die Asymptote! Weisen Sie die Art der Extrema nach!
 - b) Für welchen Wert von a hat die Funktion bei $x=5$ eine Extremstelle?

4. Durch den Graph der Funktion $f(x) = 0,05x^3 - 0,3x^2$ und die x-Achse wird eine Fläche eingeschlossen. Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht wenn diese Fläche um die x-Achse rotiert!

5. Die Punkte $A(6;3;1)$; $B(9;4;7)$ und $C(4;8;3)$ bilden ein Dreieck.
 - a) Bestimmen Sie die Größe des kleinsten Innenwinkels des Dreiecks ABC!
 - b) Berechnen Sie die Fläche dieses Dreiecks!
 - c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt S der Geraden $g(A,D)$ und $h(B,C)$ mit $D(-5;5;-15)$!

6. Eine Anlage besteht im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie aus nebenstehenden Elementen. (ohne A)



- a) Bestimmen Sie die Zuverlässigkeit dieses Systems!
- b) Um die Zuverlässigkeit zu verbessern, soll genau eins der vier Elemente ein Ersatzelement (parallel dazu) mit einer Zuverlässigkeit von 90 % erhalten. Welches Element soll das Ersatzelement erhalten, um die Gesamtzuverlässigkeit möglichst stark zu verbessern? Begründen Sie rechnerisch!
- c) Eine andere Möglichkeit, die Gesamtzuverlässigkeit zu verbessern, wäre der Einbau eines Übergangs A zwischen der oberen und unteren Serie. Berechnen Sie die Gesamtzuverlässigkeit, wenn A eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 10 % hat!

Lösungen:

- 1) b) $x = 4,8541$ $y = \pm 2,8025$
 $x = -1,8541$ $y = \pm 1,0705$
 c) g: $y = 0,2575 \cdot x + 1,5527$

2) $x = 3,61726551369$ (Newton-Verfahren $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$)

- 3) a) Polstelle $x=3$; Nullstellen $x=-0,4142$ und $x=2,4142$;
 Asymptote: $y=x+1$ (Polynomdivision)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 7}{(x-3)^2} \quad f''(x) = \frac{4}{(x-3)^3}$$

Extrempunkte: Minimum $x=4,4142$; $y=6,8284$
 Maximum $x=1,5858$; $y=1,1716$

b) $f'(x) = \frac{x^2 - 6x - 3a + 1}{(x-3)^2}$ aus $f'(5) = 0$ ergibt sich $a = -1,3333$

- 4) Nullstellen: 0; 6

$$V = \pi \cdot \int_0^6 (0,0025 x^6 - 0,03 x^5 + 0,09 x^4) dx = 20,939$$

- 5) a) Winkel bei B (gegenüber der kürzesten Seite) $46,88^\circ$
 b) 18,688
 c) S(11,5;2;9)

- 6) a) 0,8668
 b) am 0,7er: 0,95428
 am 0,9er: 0,88948
 an einem 0,8er: 0,92008
 c) $0,9 \cdot [1 - (1 - 0,7) \cdot (1 - 0,8)] \cdot [1 - (1 - 0,9) \cdot (1 - 0,8)] + 0,1 \cdot 0,8668$
 $= 0,91576$