Bernd Sumpf Eichberg1 • 07987 Reudnitz 03661/435814 • bernd.sumpf@turniersystem.de

Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung -2-

Komplex 1 – Grundlagen der Mathematik

1.1.) Führen Sie die Polynomdivision aus!

$$(2x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 4) : (x^2 + x - 2)$$

1.2.) Lösen Sie die folgende Aufgabe mit Hilfe eines linearen Gleichunggssystems!

Mein Weg von Gera nach Hause ist insgesamt 42 km lang. Er setzt sich aus drei Abschnitten zusammen , in denen ich unterschiedlich schnell fahren kann.

Wenn im ersten Teil, in Gera/Ronneburg die Straßen frei sind und die Ampeln „mitspielen", schaffe ich 60 km/h, brauche also für jeden Kilometer eine Minute. Im zweiten Abschnitt (Landstraße und Dörfer) kann ich durchschnittlich mit 75 km/h fahren (0,8 Minuten für jeden Kilometer) . Im dritten Stück sind stellenweise nur 40 erlaubt, aber einen Durchschnitt von 50 km/h (1,2 Minuten für jeden Kilometer) kann man erreichen, ohne Ärger zu kriegen. In diesem Fall würde ich 40 Minuten für den ganzen Weg brauchen.

Wenn ich im ersten Teil wegen dichtem Verkehr, Baustellen und störenden Ampeln nur 40km/h fahren kann (1,5 Minuten für jeden Kilometer), und dafür die beiden anderen Teile der Strecke 80km/h fahre (0,75 Minuten für jeden Kilometer), brauche ich trotzdem 40,5 Minuten.

Wie lang sind die einzelnen Teilstrecken?

(Hinweis: Die zweite und dritte Gleichung nutzen die Zeit je Kilometer und die Gesamtzeit.)

Komplex 2 – Höhere Mathematik

2.1.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{2x^2 - 4x - 4}{x^2 - 3x - 3}$

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion, Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen und das Verhalten der Funktion im Unendlichen!

b) Ermitteln Sie die Extremstellen der Funktion und weisen Sie die Art der Extrema nach!

c) Skizzieren Sie den Graph der Funktion im Intervall [-3,7]!

2.2.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 0{,}2 \cdot e^{(0{,}5x^2 + 2x)}$

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graph von f(x) im Punkt P (1 ; f(1))!

2.3.) Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^2 - 4x + 1$ und $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

a) Skizzieren Sie die Funktionen im Intervall [-2;5] !

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen dieser Funktionen eingeschlossen ist!

Bernd Sumpf Eichberg1 • 07987 Reudnitz 03661/435814 • bernd.sumpf@turniersystem.de

Komplex 3 – Fachspezifische Mathematik

3.1.) Gegeben sind die komplexen Zahlen
$a=-3+5j$; $b=3\cdot(\cos 135°+j\cdot\sin 135°)$; $c=2\cdot e^{j\cdot 60°}$
Berechnen Sie: a^4 $\sqrt[3]{b}$ $\ln c$
Geben Sie alle Ergebnisse in der kartesischen Form an!

3.2.) a) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $0 = x^4 - x^2 - 6$
b) Die Zahlen $x_1 = -1{,}5 + j\cdot\sqrt{3{,}75}$ und $x_2 = -1{,}5 - j\cdot\sqrt{3{,}75}$ sind Lösungen einer quadratischen Gleichung.
Bestimmen Sie die Normalform dieser Gleichung!

3.3.) Gegeben sind die Punkte A (–1;3;2) ; B (6;5;1) und D (1;6;3).
a) Bestimmen Sie den Punkt C so, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist!
b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $\alpha = \sphericalangle$ (DAB)!
c) Berechnen Sie die Fläche des Parallelogramms!
d) Berechnen Sie die Länge der Diagonale BD !

Komplex 4 – Höhere Mathematik zur Erlangung der Fachhochschulreife

4.1.) Die Seitenkante eines kegelförmigen Sandhaufens soll nicht länger als 3 Meter werden, damit man den Sand noch mit einer Plane abdecken kann.
a) Wie hoch müsste der Sandhaufen sein, damit das Volumen maximal wird?
b) Wie groß müsste in diesem Fall der Schüttwinkel sein?

4.2.) Gegeben ist eine Funktion durch die Gleichung $f(x) = \dfrac{x^2 + a\cdot x + 2}{x-3}$
a) Bestimmen Sie a so, dass die Funktion bei x= –1 eine Nullstelle hat!
b) Bestimmen Sie für a=–1 die Asymptote der Funktion für $x \to \pm\infty$!
c) Bestimmen Sie das Verhalten im Unendlichen für die Funktion

$$f(x) = \frac{3x^3 - 6x}{2x^3 + 3{,}328x^2 - 1}$$

Lösungen:

1.1.) $2x^2-3x+5$; Rest $-8x+6$

1.2.)
$$\begin{aligned} x + y + z &= 42 \\ x + 0{,}8\,y + 1{,}2\,z &= 40 \\ 1{,}5x + 0{,}75\,y + 0{,}75\,z &= 40{,}5 \end{aligned}$$
x=12; y=20; z=10

2.1.) DB = $\mathbb{R}\backslash\{-0{,}791;3{,}791\}$ //das sind auch die Polstellen
Nullstellen: x=– 0,732; x=2,732
Schnitt mit y-Achse: y= 1,333

$$f(x)=\frac{x^2\cdot(2-\frac{4}{x}-\frac{4}{x^2})}{x^2\cdot(1-\frac{3}{x}-\frac{3}{x^2})} \qquad \lim_{x\to\infty} f(x)=2$$

$$f'(x)=\frac{-2x^2-4x}{(x^2-3x-3)^2}$$

x=0; y=1,333 Maximum;

x=–2; y=1,714 Minimum;

$$f''(x)=\frac{4x^3+12x^2+12}{(x^2-3x-3)^3}$$

(Skizze spar' ich mir hier)

2.2.) P (1 ; 2,4365)
$f'(x)=0{,}2\cdot e^{(0{,}5x^2+2x)}\cdot(x+2)$ f '(1) = 7,3095

y = t(x) = 7,3095·x – 4,8730

2.3.) Skizze schaffen Sie selbst, es sind nur Normalparabeln:
- nach oben geöffnet mit Scheitelpunkt (2;–3)
- nach unten geöffnet mit Scheitelpunkt (1;4)

$f_{Differenz} = 2x^2 - 6x - 2$
Nullstellen: x = – 0,303 x= 3,303
A=15,624

3.1.) $a=5{,}831\cdot e^{j\cdot 120{,}96°}$ $a^4 = 1156\cdot e^{j\cdot 123{,}86°}$
$\underline{a^4 = -644 + 960\cdot j}$
$\sqrt[3]{b} = 1{,}442\cdot e^{j\cdot(45°+k\cdot 120°)}$ (k=0;1;2)
$\underline{b_1 = 1{,}020 + 1{,}020\cdot j}$
$\underline{b_2 = -1{,}393 + 0{,}373\cdot j}$
$\underline{b_3 = 0{,}373 - 1{,}393\cdot j}$
$\ln c = \ln 2 + j\cdot(\pi/3 + 2k\pi)$ $(k\in\mathbb{Z})$
$\underline{= 0{,}693 + (1{,}047 + k\cdot 6{,}283)\cdot j \quad (k\in\mathbb{Z})}$

3.2.) $x_{1/2} = \pm 1{,}732$ $x_{3/4} = \pm 1{,}414\cdot j$

Bernd Sumpf Eichberg1 • 07987 Reudnitz 03661/435814 • bernd.sumpf@turniersystem.de

zu 3.2) $\underline{0=x^2 + 3x + 6}$

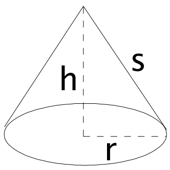
3.3) $\underline{C\,(8;8;2)}$

$\cos\alpha = \frac{19}{\sqrt{54}\cdot\sqrt{14}} = 0{,}691$ $\qquad \underline{\alpha = 46{,}29°}$

$A = \left|\begin{pmatrix}7\\2\\-1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}5\\-9\\25\end{pmatrix}\right| = \underline{27{,}037}$

$\left|\overrightarrow{BD}\right| = \left|\begin{pmatrix}-5\\1\\2\end{pmatrix}\right| = \underline{5{,}477}$

4.1.)



Nebenbedingung: $r^2 + h^2 = 3^2$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2\cdot h \qquad V = \frac{1}{3}\pi(9-h^2)\cdot h$

$\underline{h = 1{,}732}$ $\qquad$ Schüttwinkel = 35,26°

4.2.) -1 einsetzen: $\underline{a=3}$

$(x^2-x+2) : (x-3) = x+2$ Rest 8 $\qquad$ Asymptote: $y=x+2$

x^3 ausklammern und kürzen ergibt $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{3}{2}$