

Betragsgleichungen

1.)  $|x| + x = |x + 2| - 1$

2.)  $|2x + 4| + x = |2x + 6| - 2$

3.)  $|x| + x - 1 = |x + 2|$

4.)  $|x - 3| = |x - 1|$

5.)  $|2x - 2| = |x + 1| - 2$

6.)  $|2x - 2| = |x + 1| + 1$

7.)  $|x - 1| = |x + 1| - 2$

8.)  $|x + 3| = |x + 1| + |x - 2| - 1$

9.)  $|x + 3| - |x| + 1 = |x + 1| - 1 + |x - 2|$

10.)  $||x - 2| - 3| = 1$

11.)  $|x + 3| = ||x + 1| - |x - 2| - 1|$

12.)  $|x| - 1 = ||x + 1| - |x - 2| - 1|$

13.)  $|x + 1| - 1 = ||x| - |x - 3| + 1|$

### Betragsgleichungen - Lösungen

Angegeben sind die einzelnen Fälle und die sich jeweils ergebende Lösung. Entspricht die Lösung der Bedingung des Falls, ist sie als „echte“ Lösung unterstrichen, ein Widerspruch ist mit Wid. markiert.

- 1.)  $|x| + x = |x + 2| - 1$   
 $x < -2 \rightarrow \underline{x = -3}$     $-2 \leq x < 0 \rightarrow \underline{x = -1}$     $0 \leq x \rightarrow \underline{x = 1}$
- 2.)  $|2x + 4| + x = |2x + 6| - 2$   
 $x < -3 \rightarrow \underline{x = -4}$     $-3 \leq x < -2 \rightarrow \underline{x = -8/3}$     $-2 \leq x \rightarrow \underline{x = 0}$
- 3.)  $|x| + x - 1 = |x + 2|$   
 $x < -2 \rightarrow x = -1 \text{ Wid.}$     $-2 \leq x < 0 \rightarrow x = -3 \text{ Wid.}$     $0 \leq x \rightarrow \underline{x = 3}$
- 4.)  $|x - 3| = |x - 1|$   
 $x < 1 \rightarrow 3 = 1 \text{ Wid.}$     $1 \leq x < 3 \rightarrow \underline{x = 2}$     $3 \leq x \rightarrow -3 = -1 \text{ Wid.}$
- 5.)  $|2x - 2| = |x + 1| - 2$   
 $x < -1 \rightarrow x = 5 \text{ Wid.}$     $-1 \leq x < 1 \rightarrow x = 1 \text{ Wid.}$     $1 \leq x \rightarrow \underline{x = 1}$
- 6.)  $|2x - 2| = |x + 1| + 1$   
 $x < -1 \rightarrow x = 2 \text{ Wid.}$     $-1 \leq x < 1 \rightarrow \underline{x = 0}$     $1 \leq x \rightarrow \underline{x = 4}$
- 7.)  $|x - 1| = |x + 1| - 2$   
 $x < -1 \rightarrow 1 = -3 \text{ Wid.}$     $-1 \leq x < 1 \rightarrow x = 1 \text{ Wid.}$     $1 \leq x \rightarrow \underline{0 = 0} \text{ jedes } x \geq 1 \text{ ist Lösung}$
- 8.)  $|x + 3| = |x + 1| + |x - 2| - 1$   
 $x < -3 \rightarrow x = 3 \text{ Wid.}$     $-3 \leq x < -1 \rightarrow x = -1 \text{ Wid.}$     $-1 \leq x < 2 \rightarrow \underline{x = -1}$     $2 \leq x \rightarrow \underline{x = 5}$
- 9.)  $|x + 3| - |x| + 1 = |x + 1| - 1 + |x - 2|$   
 $x < -3 \rightarrow x = 1 \text{ Wid.}$     $-3 \leq x < -1 \rightarrow x = -1 \text{ Wid.}$     $-1 \leq x < 0 \rightarrow \underline{x = -1}$     $0 \leq x < 2 \rightarrow 4 = 2 \text{ Wid.}$     $2 \leq x \rightarrow \underline{x = 3}$
- 10.)  $\left| |x - 2| - 3 \right| = 1$   
 $x < 2 \rightarrow |x - 1| = 1 \text{ weitere Unterscheidung: } x < -1 \rightarrow \underline{x = -2}$     $-1 \leq x < 2 \rightarrow \underline{x = 0}$   
 $2 \leq x \rightarrow |x - 5| = 1 \text{ weitere Unterscheidung: } 2 \leq x < 5 \rightarrow \underline{x = 4}$     $5 \leq x \rightarrow \underline{x = 6}$
- 11.)  $|x + 3| = \left| |x + 1| - |x - 2| - 1 \right|$   
 $x < -3 \rightarrow -x - 3 = -|x - 1 + x - 2 - 1| \rightarrow \underline{x = -7}$   
 $-3 \leq x < -1 \rightarrow x + 3 = -|x - 1 + x - 2 - 1| \rightarrow x = 1 \text{ Wid.}$   
 $-1 \leq x < 2 \rightarrow x + 3 = |x + 1 + x - 2 - 1| \text{ weiter: } -1 \leq x < 1 \rightarrow \underline{x = -1/3}$     $1 \leq x < 2 \rightarrow x = 5 \text{ Wid.}$   
 $2 \leq x \rightarrow x + 3 = |x + 1 - x + 2 - 1| \rightarrow x = -1 \text{ Wid.}$
- 12.)  $|x| - 1 = \left| |x + 1| - |x - 2| - 1 \right|$   
 $x < -1 \rightarrow -x - 1 = -|x - 1 + x - 2 - 1| \rightarrow \underline{x = -5}$   
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow -x - 1 = |x + 1 + x - 2 - 1| \rightarrow x = 3 \text{ Wid.}$   
 $0 \leq x < 2 \rightarrow x - 1 = |x + 1 + x - 2 - 1| \text{ weiter: } 0 \leq x < 1 \rightarrow x = 1 \text{ Wid.}$     $1 \leq x < 2 \rightarrow \underline{x = 1}$   
 $2 \leq x \rightarrow x - 1 = |x + 1 - x + 2 - 1| \rightarrow \underline{x = 3}$
- 13.)  $|x + 1| - 1 = \left| |x| - |x - 3| + 1 \right|$   
 $x < -1 \rightarrow -x - 1 - 1 = -|x + x - 3 + 1| \rightarrow \underline{x = -4}$   
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow x + 1 - 1 = -|x + x - 3 + 1| \rightarrow x = 2 \text{ Wid.}$   
 $0 \leq x < 3 \rightarrow x + 1 - 1 = |x + x - 3 + 1| \text{ weiter: } 0 \leq x < 1 \rightarrow \underline{x = 2/3}$     $1 \leq x < 3 \rightarrow \underline{x = 2}$   
 $3 \leq x \rightarrow x + 1 - 1 = |x - x + 3 + 1| \rightarrow \underline{x = 4}$